

## Варианты заданий для самостоятельного решения

**Номер варианта = номер по списку**

1. Скопировать указанный вариант задания.
2. Формализовать ЗЛП и решить ее геометрическим методом.
3. Исследовать полученное решение на устойчивость:
  - оценка пределов изменения запасов ресурсов;
  - оценка ресурсов;
  - оценка пределов изменения коэффициентов целевой функции.
4. Результаты представить на электронном и бумажном носителях.

### Вариант 1.

Фермер имеет 10 га пашни и 460 человек трудовых ресурсов планирует использовать на производство картофеля и лука с целью получения максимальной прибыли. Сбыт по видам не ограничен.

Показатели	Картофель	Лук
Затраты труда на 1 га, чел.-дней	40	50
Урожайность, ц/га	200	110
Себестоимость 1ц в тыс. руб.	100	200
Цена реализации 1ц, тыс. руб.	150	300

### Вариант 2.

При изготовлении изделий  $I_1$  и  $I_2$  используется сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия  $I_1$  требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов.

Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации единицы изделия  $I_1$  составляет 6 руб. и от единицы изделия  $I_2$  — 16 руб.

Постройте математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыль и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.

### Вариант 3.

Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров — не менее 70 и витаминов — не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов  $P_1$  и  $P_2$  равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта  $P_1$  — 2 руб.,  $P_2$  - 3 руб.

Постройте математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.

### Вариант 4.

В районе лесного массива имеются лесопильный завод и фанерная фабрика. Чтобы получить 2,5 м<sup>3</sup> коммерчески реализуемых комплектов пиломатериалов, необходимо израсходовать 2,5 м<sup>3</sup> еловых и 7,5 м<sup>3</sup> пихтовых лесоматериалов. Для приготовления листов фанеры по 100 м<sup>2</sup> требуется 5 м<sup>3</sup> еловых и 10 м<sup>3</sup> пихтовых лесоматериалов. Лесной массив содержит 80 м<sup>3</sup> еловых и 180 м<sup>3</sup> пихтовых лесоматериалов.

Согласно условиям поставок, в течение планируемого периода необходимо произвести по крайней мере 10 м<sup>3</sup> пиломатериалов и 1200 м<sup>2</sup> фанеры. Доход с 1 м<sup>3</sup> пиломатериалов составляет 160 руб., а со 100 м<sup>2</sup> фанеры — 600 руб.

Постройте математическую модель для нахождения плана производства, максимизирующего доход.

**Примечание:** При построении модели следует учесть тот факт, что пиломатериалы могут быть реализованы только в виде неделимого комплекта размером 2,5 м<sup>3</sup>, а фанера - в виде неделимых листов по 100 м<sup>2</sup>.

### Вариант 5.

С вокзала можно отправлять ежедневно курьерские и скорые поезда. Вместимость вагонов и наличный парк вагонов на станции указаны в таблице.

Характеристики парка вагонов	Тип вагона				
	багажный	почтовый	плацкартный	купейный	мягкий
Число вагонов в поезде, шт.:					
курьерском	1	-	5	6	3
скором	1	1	8	4	1
Вместимость вагонов, чел.	-	-	58	40	32
Наличный парк вагонов, шт.	12	8	81	70	27

Постройте математическую модель задачи, на основании которой можно найти такое соотношение между числом курьерских и скорых поездов, чтобы число ежедневно отправляемых пассажиров достигло максимума.

### Вариант 6.

Имеются два изделия, которые должны в процессе производства пройти обработку на четырех станках: 1, 2, 3 и 4. Время обработки каждого изделия на каждом из этих станков задано в таблице. Станки 1, 2, 3 и 4 вида можно использовать соответственно в течение 45, 100, 300 и 50 часов. Продажная цена изделия  $A$  — 6 руб.,  $B$  — 4 руб. В каком отношении следует производить изделия  $A$  и  $B$ , чтобы получить максимальную прибыль?

Станки Изделия	1	2	3	4
$A$	2	4	3	1
$B$	1	2	1	4

### Вариант 7.

Служба снабжения завода получила от поставщиков 500 стальных прутков длиной 5 м. Их необходимо разрезать на детали  $A$  и  $B$  длиной соответственно 2 и 1,5 м, из которых затем составляют комплекты. В каждый комплект входят 3 детали  $A$  и 2 детали  $B$ . Характеристики возможных вариантов раскроя прутков представлены в таблице.

Вариант раскроя	Количество деталей, шт./пруток		Отходы, м/пруток
	$A$	$B$	
1	2	0	1
2	1	2	0,1
3	0	3	0,5
Комплексность, шт./компл.	3	2	

Постройте математическую модель задачи, позволяющую найти план раскроя прутков, максимизирующий количество комплектов.

**Примечание:** В ЦФ могут входить не все переменные задачи.

### Вариант 8.

Малое предприятие выпускает детали  $A$  и  $B$ . Для этого оно использует литье, подвергаемое токарной обработке, сверлению и шлифованию. Производительность станочного парка предприятия по обработке деталей  $A$  и  $B$  приведена в таблице.

Предполагая, что спрос на любую комбинацию деталей  $A$  и  $B$  обеспечен,

постройте математическую модель для нахождения плана их выпуска, максимизирующего прибыль.

Таблица — Исходные данные задачи 8

Станки	Производительность, шт./ч		Стоимость станочного времени, руб./ч.
	<i>A</i>	<i>B</i>	
Токарные	25	40	20
Сверлильные	28	35	14
Шлифовальные	35	25	17,5
Цена детали, руб.:			
Покупная	2	3	
Продажная	5	6	

### Вариант 9.

### Вариант 10.

Для изготовления шкафов и сервантов деревоотделочный завод применяет древесину 4-х видов. Запасы древесины, количество единиц древесины каждого вида, необходимых для изготовления одного шкафа и одного серванта, а также прибыль с реализации ед. продукции даны в таблице. Составить такой план выпуска продукции, который обеспечил бы наибольшую прибыль от реализации продукции.

Изделие	Древесина				Прибыль
	1	2	3	4	
Шкаф	0	4	2	1	2
Сервант	4	0	2	2	3
Запасы древесины	120	160	120	80	

### Вариант 11.

На производство товарного картофеля и лука выдан участок пашни 200 га и 8500 чел.-дней трудовых ресурсов. Найти оптимальное сочетание площадей их размещения с целью получения максимальной прибыли. Сбыт продукции по видам не ограничен.

Покупатель	Картофель	Лук
Затраты гряда на 1га чел./дней	40	50
Урожайность, ц/га	230	110
Себестоимость, 1ц в руб.	8	25
Цена реализации 1ц в руб.	12	35

### Вариант 12.

Для изготовления изделий двух видов склад может отпустить металл не более 80кг, причем на изделие I вида 2 кг, а на изделие II вида — 1кг металла. Требуется спланировать производство так, чтобы обеспечить наибольшую

прибыль, если известно, что изделий I вида требуется не более 30 шт., а второго — не более 40 шт., причем одно изделие I вида стоит 5 руб., а II вида - 3 руб.

### Вариант 13.

На предприятии, в составе которого 4 производственных цеха, изготавливают изделия 2-х видов. Производственные мощности цехов (в часах) в расчете на сутки соответственно составляют  $m_1 = 12$ ,  $m_2 = 8$ ,  $m_3 = 16$ ,  $m_4 = 12$ . Нормы времени, необходимого для изготовления ед. изделия в соответствующих ценах, даны в таблице. Прибыль от продажи ед. изделия 1 составляет 2 тыс. усл. ед., а изделия 2-3 тыс. усл. ед. Составить такой производственный план, при котором обеспечивается максимальная прибыль.

Цех	Изделие		$m_i$
	1	2	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

### Вариант 14.

Для производства двух видов изделий A и B предприятие использует три вида сырья. Составить такой план выпуска продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной при условии, что изделий B надо выпустить не менее, чем изделий A.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на 1 кг изд.		Запасы сырья, кг
	A	B	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации 1 изд., усл. ед.	30	40	-

### Вариант 15.

Информация о производстве двух видов продукции дана в таблице. Решить задачу оптимального использования ресурсов на максимум общей стоимости.

Ресурсы	Нормы затрат на ед. продукции		Запасы
	I	II	
Труд	1	3	200
Сырье	1	2	80

Оборудование	1	4	140
Цена	40	80	-

### Вариант 16.

Производственный цех деревообрабатывающей промышленности ежемесячно имеет в своем распоряжении  $48\text{м}^3$  пиломатериалов и  $45\text{м}^3$  стекла. В цехах изготавливают два вида шкафов: конторские и библиотечные. Расход материалов на один шкаф каждого вида приведен в таблице. Сбытовая цена конторского шкафа — 2000 усл. ед., а библиотечного — 4000 усл. ед. Определить такой ассортимент производства, при котором месячный доход будет максимальным.

Вид шкафа	Сырье	
	пиломатериал	стекло
Конторский	0,3	0
Библиотечный	0,3	1,5
Запасы	48	45

### Вариант 17.

Завод изготавливает 2 вида изделий на экспорт с помощью машин  $U_1$  и  $U_2$ . Максимальное время работы машин  $U_1$  — 8 часов, а машин  $U_2$  — 12 часов в сутки. Расход времени машин в сутки представлен в таблице (в час). Валютная прибыль 1 сост. 3 доллара, а 2 - 4 долл. Рассчитать производственный план на сутки при максимальной валютной прибыли.

Изделие	Машины	
	$U_1$	$U_2$
1	1	2,5
2	4	2
	8	12

### Вариант 18.

Авиакомпания «Небесный грузовик», обслуживающая периферийные районы страны, располагает 8 самолетами типа 1, 15 самолетами типа 2, 12 самолетами типа 3, которые она может использовать для выполнения рейсов в течение ближайших суток. Грузоподъемность (в тыс. т.) известна: 45 — для самолетов типа 1, 7 — для самолетов типа 2, 4 - для самолетов типа 3.

Авиакомпания обслуживает города  $A$  и  $B$ . Городу  $A$  требуется тоннаж в 20000 т., а городу  $B$  — в 30000 т. Избыточный тоннаж не оплачивается. Каждый самолет в течение дня может выполнить только один рейс.

Расходы, связанные с перелетом самолетов по маршруту «центральный аэродром - пункт назначения» указаны в приведенной ниже таблице:

город <i>A</i>	23	5	1,4
город <i>B</i>	58	10	3,8

**Замечание:** обозначим через  $x_1$  число самолетов  $i$ -го типа, отправленных в город, а через  $x_2$  число самолетов  $j$ -го типа, отправленных в город *B*.

### Вариант 19.

Предприятие имеет три типа металлообрабатывающих станков *A*, *B* и *C*, на которых изготавливаются изделия вида 1 и 2. Изделия 1-го вида вырабатываются на станках *A*, *C*, а 2-го вида на станках всех трех видов, т.е. *A*, *B* и *C*. Производственная мощность станков отдельных типов представлена в таблице. Прибыль на ед. изделия 1 составляет 2 усл. ед., на изделие 2 — 4 усл. ед. Определить такие объемы производства изделий 1 и 2, чтобы предприятие получило максимальную прибыль.

Тип станка	Производственная мощность (тыс. штук в год)
<i>A</i>	6 изделий 1 или 6 изделий 2
<i>B</i>	4 изделия 2
<i>C</i>	5 изделий 1 или 10 изделий 2

### Вариант 20.

Необходимо определить количество навоза и сложных удобрений для подбрасывания на 20 га лугопастбищных угодий так, чтобы полная стоимость вносимых удобрений была минимальной.

При этом необходимо внести на луг не менее 75 кг/га азота, 25 кг/га фосфора и 35 кг/га калия, 0,4 т/ч при ресурсах времени для выполнения этой работы 25 часов.

Удобрения	Себестоимость, усл. ед./т	Хим. состав кг/т		
		азот	фосфор	кал и й
Навоз	2,5	6	1,5	4
Сложное удобрение	130	250	100	100

### Вариант 21.

Завод располагает 36 тоннами стали. Из этой стали можно изготовить либо комбайны, либо трактора. На каждый комбайн уходит 4 т стали, а на трактор — 800 кг. Доход от продажи одного комбайна 2 тыс. руб., а от одного трактора — 300 руб. Какой должна быть производственная программа завода, чтобы доход от продажи был наибольшим? На какой доход может располагать завод, если он должен в планируемом периоде выпустить не менее пяти

тракторов? На сколько процентов максимальный доход предприятия больше этого дохода?

### Вариант 22.

На промышленном предприятии изготавливается 2 вида продукта 1 и 2. Эта продукция производится с помощью оборудования  $U_1$ ,  $U_2$  и  $U_3$  которые в течение дня может работать соответственно 24000, 27000 и 40000 сек. Нормы времени необходимы для производства единицы продукции с помощью соответствующего оборудования приводятся в таблице. Прибыль от производства изделия 1 составляет 9 ед., а изделия 2 — 6 ед. Найти такой объем производства, чтобы прибыль была максимальной (24000 сек. = 24 тыс. сек.)

Изделия	Оборудование		
	$U_1$	$U_2$	$U_3$
1	3	9	8
2	6	3	4
Время работы и течение дня	24000	27000	40000

### Вариант 23.

Кирпичный завод выпускает кирпич двух марок. Для их изготовления применяется глина трех видов  $A$ ,  $B$  и  $C$ , по месячному плану завод должен выпускать 10 усл. ед. кирпича марки I и 15 усл. ед. кирпича марки II. В таблице указаны расходы глины разных видов для производства 1 усл. ед. кирпича каждой марки и месячный запас глины. Какова наибольшая прибыль, если известно, что от реализации 1 усл. ед. кирпича марки I завод получает прибыль 4 ден. ед., а марки II - 7 ден. ед. Сравнить с плановой прибылью.

Марка кирпича	количество глины на 1 усл. ед. кирпича		
	$A$	$B$	$C$
1 (I)	1	0	1
2 (II)	0	2	2
Запасы глины	15	36	47

### Вариант 24.

Фирма «Лакомка» выпускает четыре вида пищевых полуфабрикатов: полуфабрикат 1, полуфабрикат 2, полуфабрикат 3 и полуфабрикат 4. Каждый полуфабрикат состоит из ряда ингредиентов (таких, как крахмал, сахар, витамины и т. д.). Пусть индекс  $i$  указывает на порядок номера ингредиента ( $i = 1, 2, 3, \dots, I$ ). Обозначим через  $a_{ji}$  количество ингредиента  $i$  в одном килограмме полуфабриката  $j$ . Предположим, что максимальное количество ингредиента  $i$ , которым данная фирма располагает в течение ближайшего

месяца, равняется  $M(i)$ .

### Вариант 25.

Озеро можно заселить двумя видами рыб:  $A$  и  $B$ . Средняя масса рыбы равна 2 кг для вида  $A$  и 1 кг для вида  $B$ . В озере имеется два вида пищи:  $P_1$  и  $P_2$  средние потребности одной рыбы вида  $A$  составляет одна единица корма  $P_1$  и ед. корма  $P_2$  в день. Аналогично для рыб вида  $B$  — 2 ед. и 3 ед. Ежедневный запас пищи поддерживается на уровне 500 ед. вида  $P_1$  и 900 ед. вида  $P_2$ . Как следует заселить озеро рыбами, чтобы максимизировать общую массу рыб?

### Вариант 26.

Для производства двух видов изделий  $A$  и  $B$ , используют три типа технологического оборудования. На производство ед. изделия  $A$  оборудование I типа используются 3 часа, II типа — 4 часа, оборудование III типа — 5 ч. На производство единицы продукции  $B$  соответственно 6 ч., 3 ч. и 2 ч. На производство всех изделий предприятие может представить оборудование I типа не более чем на 102 часа, II типа — не более чем на 91 час, III типа — не более чем на 105 часов. Прибыль от реализации ед. изделия  $A$  составляет 7 руб., а от изделия  $B$  — 9 руб. Составить план производства изделий  $A$  и  $B$ , обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

### Вариант 27.

На двух станках № 1 и № 2 производится два вида продукции  $A_1$  и  $A_2$ . Для изготовления ед. продукции  $A_1$  станок № 1 использует 2 часа, а станок № 2 — один час; для  $A_2$  соответственно 1 час и 2 часа. В течение суток станок № 1 может работать не более 10 часов, а № 2 — не более 8 часов. Составить план, обеспечивающий производству наибольшую прибыль, если прибыль от реализации ед. продукции  $A_1$  составляет 5 руб., а ед. продукции  $A_2$  — 2 руб.

### Вариант 28.

Цех для производства двух видов продукции использует 4 группы оборудования в количествах 12, 8, 16 и 12 соответственно. Доход производства

единицы продукции 1-го вида необходимо занять соответственно 2, 1, 4, 0 ед. групп оборудования, а для производства ед. продукции 2-го вида — 2, 2, 0, 4. Сколько продукции каждого вида следует выпустить, чтобы доход предприятия оказался наибольшим.

Группы оборудования	Вид продукции		Количество оборудования в группе
	1	2	
<i>A</i>	2	2	12
<i>B</i>	1	2	8
<i>C</i>	4	0	16
<i>D</i>	0	4	12
Доход	12	30	

### Вариант 29.

Предприятие имеет три типа металлообрабатывающих станков *A*, *B* и *C*, на которых заготавливаются изделия вида 1 и 2. Изделия 1-го вида вырабатываются на станках *A* и *C*, а 2-го вида на станках всех трех видов, т. е. *A*, *B* и *C*. Производственная мощность станков отдельных типов представлена в таблице. Прибыль на ед. изделия составляет 2 усл. ед., на изделие 2 — 4 усл. ед. Определить такие объемы производства изделий 1 и 2, чтобы предприятие получило максимальную прибыль.

Тип станка	Производственная мощность (тыс. штук в год)
<i>A</i>	6 изделий 1 или 6 изделий 2
<i>B</i>	4 изделия 2
<i>C</i>	5 изделий 1 или 10 изделий 2

### Вариант 30.

Завод может изготовить два типа изделий. Изделия проходят обработку в трех цехах. В планируемом периоде требуется изготовить хотя бы по одному изделию каждого типа. Определить производственную программу завода для получения максимальной прибыли.

№ цеха	Трудоемкость изготовления 1 изд. в тыс. нормо-часов		Полезный фонд времени работы в тыс. нормо-часов
	I	II	
I	2	4	20
II	1	1	6
III	2	1	10
Прибыль в млн. руб.	8	6	-